

MATEMATIKA II**1. DIO**

30. lipnja 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \ln 3(x + \sqrt{x^2 + 4})$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int 2^{-3x} dx$. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-1}^4 (-x^2 + 3x) dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = \sqrt{7y^2 - 6x^2}$, $(x_0, y_0) = (-3, 5)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = xy$ i ako je D zadano s $1 \leq x \leq 5$, $2 \leq y \leq 4$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Interpretirajte ga ako je f funkcija gustoće mase. (4 boda)
5. (i) Napišite opću linearu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (3 boda)
(ii) Izdvojite linearne od nelinearnih i homogene od nehomogenih. Objasnite! (4 boda)

$$\text{a)} xy' + y = e^x, \quad \text{b)} yy' + x = e^x, \quad \text{c)} x + y' = e^x, \quad \text{d)} y + y' = e^x, \quad \text{e)} \frac{y'}{y} = x + e^x$$

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + y = 2x$. (3 boda)

MATEMATIKA II**1. DIO**

30. lipnja 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \ln 3(x + \sqrt{x^2 + 4})$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int 2^{-3x} dx$. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-1}^4 (-x^2 + 3x) dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = \sqrt{7y^2 - 6x^2}$, $(x_0, y_0) = (-3, 5)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = xy$ i ako je D zadano s $1 \leq x \leq 5$, $2 \leq y \leq 4$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Interpretirajte ga ako je f funkcija gustoće mase. (4 boda)
5. (i) Napišite opću linearu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (3 boda)
(ii) Izdvojite linearne od nelinearnih i homogene od nehomogenih. Objasnite! (4 boda)
$$\text{a)} xy' + y = e^x, \quad \text{b)} yy' + x = e^x, \quad \text{c)} x + y' = e^x, \quad \text{d)} y + y' = e^x, \quad \text{e)} \frac{y'}{y} = x + e^x$$

(iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + y = 2x$. (3 boda)

1. Riješite sljedeće integrale:

(i) $\int x^2 3^x dx$ (3 boda)

(ii) $\int_e^{e^3} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ (3 boda)

(iii) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{2(\sqrt{x+1})^2 \sqrt{x}}$ (4 boda)

2. (i) Izračunajte približno $\sqrt{(3.96)^2 + (3.03)^2}$. (6 bodova)

(ii) Za funkciju koju ste definirali u (i) nadite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(4, 3, z_0)$. (4 boda)

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = 7 \ln(\ln(x^2) - \ln y)$.

(i) Nađite i skicirajte domenu od f . (5 bodova)

(ii) Pokažite da je $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$. (5 bodova)

4. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu rotacionog tijela koje dobijemo rotacijom područja omeđenog koordinatnim osima i grafom funkcije $f(x) = x^2 - 9$ oko osi x . (6 bodova)

(ii) Riješite integral iz (i). (4 boda)

5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y' = -6xy^2$. (4 boda)

(ii) Skicirajte integralne krivulje te jednadžbe. (6 bodova)

1. Riješite sljedeće integrale:

(i) $\int x^2 3^x dx$ (3 boda)

(ii) $\int_e^{e^3} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ (3 boda)

(iii) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{2(\sqrt{x+1})^2 \sqrt{x}}$ (4 boda)

2. (i) Izračunajte približno $\sqrt{(3.96)^2 + (3.03)^2}$. (6 bodova)

(ii) Za funkciju koju ste definirali u (i) nadite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(4, 3, z_0)$. (4 boda)

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = 7 \ln(\ln(x^2) - \ln y)$.

(i) Nađite i skicirajte domenu od f . (5 bodova)

(ii) Pokažite da je $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$. (5 bodova)

4. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu rotacionog tijela koje dobijemo rotacijom područja omeđenog koordinatnim osima i grafom funkcije $f(x) = x^2 - 9$ oko osi x . (6 bodova)

(ii) Riješite integral iz (i). (4 boda)

5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y' = -6xy^2$. (4 boda)

(ii) Skicirajte integralne krivulje te jednadžbe. (6 bodova)